

## NOUVELLE METHODE DE MESURE DE LA CONDUCTIVITE THERMIQUE

J. Y. DESMONS, E. MADIETA, M. MARTIN, R. TORQUET et M. LE RAY

Universite de Valenciennes, 59326 Valenciennes, Cedex, France

(Reçu le 9 Juillet 1982 et sous forme révisée le 29 Mai 1983)

**Résumé**—Cet article présente une méthode non locale de mesure des conductivités thermiques, éliminant rigoureusement le problème de la résistance de contact et réduisant l'effet des phénomènes de transport dans le cas des milieux poreux. Cette méthode est insensible à la constitution de l'élément chauffant. Elle s'appuie uniquement sur la loi de conservation de l'énergie et sur la symétrie du problème, et ne recherche pas les solutions analytiques décrivant les variations de température. Des résultats expérimentaux sont présentés pour vérifier la méthode.

### NOMENCLATURE

$D$	déterminant du système d'équations (15)
$K$	conductivité thermique [ $\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$ ]
$K_0$	1er terme du développement de $K$ par rapport à $T - T_0$ [ $\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$ ]
$K_1$	2e terme du développement de $K$ par rapport à $T - T_0$ [ $\text{W m}^{-1} \text{K}^{-2}$ ]
$K'_0$	$K_0$ pour un matériau linéaire
$P$	puissance débitée par unité de longueur de l'élément chauffant [ $\text{W m}^{-1}$ ]
$Q_V$	quantité de chaleur contenue dans le volume $V$ [J]
$r$	rayon [m]
$T$	température absolue [K]
$T_0$	température absolue initiale [K]
$v$	élévation de la température $T - T_0$ [K]
$v_0, v_1, v_2$	élévation de la température des points $r_0, r_1, r_2$ [K].

### Symboles grecs

$\alpha^1(i,j)$	intégrale par rapport au temps des différences de température $v_i$ et $v_j$ [ $\text{K s}$ ]
$\alpha^2(i,j)$	intégrale par rapport au temps des différences du carré des températures $v_i$ et $v_j$ [ $\text{K}^2 \text{s}$ ]
$\Phi$	flux de chaleur [ $\text{W m}^{-2}$ ]
$\chi$	diffusivité [ $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$ ]
$\theta$	taux d'humidité [ $\text{kg kg}^{-1}$ ]
$\Delta$	erreur relative (%).

### 1. INTRODUCTION

LA MESURE de la conductivité thermique des sols présente actuellement un intérêt renouvelé avec les projets de stockage et de récupération d'énergie dans ces milieux.

Parmi les nombreuses méthodes possibles de mesure de la conductivité thermique, celle de la sonde cylindrique en régime transitoire semble la mieux adaptée à l'étude des sols meubles en raison de la possibilité de la mettre en place *in situ* sans trop remanier le terrain.

Cette méthode est basée sur le modèle idéal suivant :

La sonde cylindrique est considérée comme un

conducteur parfait chauffé à partir de l'instant initial par une résistance électrique interne débitant une puissance constante connue. On admet d'autre part que le transfert de chaleur entre la sonde et le milieu extérieur puisse être traité par une résistance thermique de contact indépendante de la température [1, 2].

On peut alors déterminer rigoureusement, dans le cas d'un milieu parfaitement linéaire et homogène, la forme analytique des solutions de l'équation de propagation de la chaleur [3].

En pratique, on n'utilise, pour déterminer les constantes thermophysiques, que le développement des solutions au voisinage des temps faibles et le développement asymptotique pour les temps très grands de la température de la sonde qui est la seule donnée expérimentale que l'on enregistre [4, 5].

On ne mesure donc *a priori* que des caractéristiques locales du matériau, ce qui est sans inconvénient si celui-ci obéit idéalement à l'équation linéaire et homogène de la chaleur.

Ces hypothèses sont évidemment fausses dans le cas d'un milieu poreux humide. On ne peut alors définir qu'une conductivité et une capacité calorifique apparentes qui dépendent du taux d'humidité et de la température, le transport de chaleur s'effectuant à la fois par conduction et par convection.

En outre, le transfert de chaleur entre la sonde et le milieu environnant dépendra nécessairement du taux d'humidité et de la température au voisinage de la sonde. Tout résultat déduit des mesures de la température de la sonde ou de son voisinage à partir de modèles mathématiques ne rendant pas compte de ces phénomènes, semble donc *a priori* discutable. En particulier, établir expérimentalement la loi de variation de la conductivité thermique apparente en fonction du taux d'humidité, en utilisant des données locales où ce dernier varie le plus au cours de l'expérience semble sujet à discussion.

Les mêmes critiques peuvent être faites dans le cas d'un matériau dont la conductivité dépend de la température. Dans ce cas, il est en outre extrêmement difficile, en général, d'obtenir des solutions analytiques exploitables.

Nous nous proposons dans ce qui suit, d'exposer une

méthode non locale de mesure de la conductivité thermique éliminant rigoureusement les problèmes liés à la résistance thermique de contact, minimisant l'influence des phénomènes de transport dans le cas de matériaux poreux humides et qui, fondée uniquement sur la loi de conservation de l'énergie et la symétrie cylindrique du système, ne nécessite pas la recherche de solutions analytiques des équations décrivant l'évolution des températures. Nous testons expérimentalement la méthode sur un sable fin de construction et comparons les résultats avec ceux obtenus par une méthode classique.

## 2. DONNEES DU PROBLEME ET HYPOTHESES DE CALCUL

La matériau utilisé (sable fin de construction) est considéré comme parfaitement homogène ainsi que son taux d'humidité initial.

Trois phases sont en présence :

- (1) La phase solide constituée par les grains de sable.
- (2) Une phase liquide constituée d'un film d'eau plus ou moins épais enrobant les grains de sable.
- (3) Une phase gazeuse occupant les interstices, constituée d'air et de vapeur d'eau.

Les trois phases sont considérées comme étant, en chaque point, en équilibre thermique, ce qui permet de ne définir qu'un seul champ de température pour ces trois phases.

Le transport de chaleur s'effectue de deux manières :

- (1) Par conduction dans les trois phases.

Celles-ci étant en tout point et à tout instant en équilibre thermique. Il existe une conductivité thermique moyenne des trois phases en présence qui est la conductivité apparente du milieu. Celle-ci peut, théoriquement, être reliée aux conductivités de chaque phase et à leurs proportions relatives [6].

- (2) Par convection dans les phases liquides et gazeuses.

Le transport de masse dans la phase liquide comporte deux termes :

- (1) Un flux de masse proportionnel au gradient de concentration de la phase liquide (Loi de Buckingham-Darcy) [7].

- (2) Un flux de masse proportionnel au gradient du logarithme de la température absolue.

Enfin le transport de masse dans la phase gazeuse peut être décrit par des lois analogues.

Nous décrivons phénoménologiquement le transport de chaleur de la façon suivante :

L'état du système en un point, à tout instant, est donné par les valeurs des champs de concentration  $x^i$ , des gradients de concentration  $\nabla x^i$ , de température  $T$  et de gradient de température  $\nabla T$  en ce point.

La densité de flux de chaleur  $\Phi$  en un point est, en toute généralité, une fonction de l'état du système, c'est-à-dire dans le cas d'un milieu homogène une fonction

des quatre champs ci-dessus :

$$\Phi = \Phi(x^i, \nabla x^i, T, \nabla T). \quad (1)$$

D'autre part, le flux de chaleur est nul lorsque le gradient de concentration et le gradient de température sont nuls.

On peut donc écrire, dans un domaine où ces deux champs ne prennent pas de valeurs notables

$$\Phi = \frac{\delta \Phi}{\delta \nabla x^i} \cdot \nabla x^i + \frac{\delta \Phi}{\delta \nabla T} \nabla T. \quad (2)$$

Les coefficients  $\delta \Phi / \delta \nabla x^i$  et  $\delta \Phi / \delta \nabla T$  sont des tenseurs qui ne dépendent que des concentrations et de la température.

Dans un milieu isotrope, nous pourrons donc écrire :

$$\Phi = -\lambda(x^i, T) \nabla x^i - K(x^i, T) \nabla T. \quad (3)$$

Nous faisons ainsi apparaître la conductivité apparente  $K(x^i, T)$ .

Enfin, dans un domaine où la température absolue  $T$  ne s'escarte pas trop d'une valeur initiale  $T_0$ , nous écrirons :

$$K(x^i, T) = K_0(x^i, T_0) + K_1(x^i) \cdot (T - T_0) + K_2(x^i) \cdot (T - T_0)^2 + \dots \quad (4)$$

L'élément chauffant fournit une puissance élevée pendant un temps court, nous admettons qu'il existe un rayon minimal à partir duquel les phénomènes de transport sont négligeables, c'est-à-dire que les gradients de concentration sont négligeables et les concentrations pratiquement constantes.

## 3. DETERMINATION DES COEFFICIENTS

$$K_0, K_1, K_2, \dots$$

Considérons une surface cylindrique ( $S$ ) de longueur infiniment petite de rayon  $r$ , centrée sur l'élément chauffant et dans le plan médian du système (Fig. 1).

L'équation de conservation de l'énergie appliquée au volume ( $V$ ), limité par ( $S$ ) s'écrit :

$$\frac{\partial Q(V)}{\partial t} + \iint_{(S)} \Phi \, dS = P(t), \quad (5)$$

où  $Q(V)$  est la variation d'enthalpie du volume ( $V$ ),  $\Phi$  la densité de flux sur la surface ( $S$ ) et  $P(t)$  la puissance totale débitée par les sources intérieures à ( $V$ ).

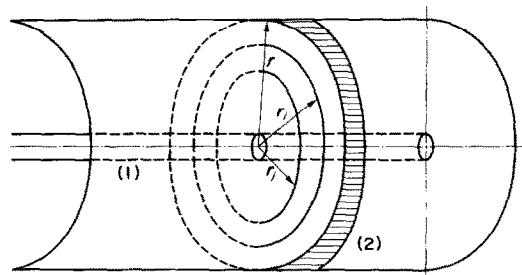


FIG. 1.

Par symétrie, la densité de flux est purement radiale dans le plan médian et indépendante de l'angle polaire. On aura :

$$\frac{\partial Q(V)}{\partial t} + 2\pi r \Phi(r, t) = P(t). \quad (6)$$

Soit :

$$\Phi(r, t) = \frac{P(t)}{2\pi r} - \frac{1}{2\pi r} \cdot \frac{\partial Q(V)}{\partial t}. \quad (7)$$

D'où :

$$\int_0^t \Phi(r, t') dt' = \frac{1}{2\pi r} \int_0^t P(t') dt' - \frac{1}{2\pi r} [Q_V(t) - Q_V(0)]. \quad (8)$$

Supposons maintenant que la résistance électrique débite un créneau de puissance de durée  $\tau$  et d'amplitude  $P$  (par unité de longueur). Alors :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t \Phi(r, t') dt' = \frac{P\tau}{2\pi r} - \frac{1}{2\pi r} \cdot \lim_{t \rightarrow \infty} [Q_V(t) - Q_V(0)]. \quad (9)$$

Si le système est infini, ou en contact avec un grand système à température constante (atmosphère d'un laboratoire), la surface de contact étant également cylindrique, alors la quantité de chaleur contenue dans le volume  $V$  tend rigoureusement vers sa valeur initiale, donc :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t \Phi(r, t') dt' = \frac{P\tau}{2\pi r}. \quad (10)$$

Prenant comme origine des températures la température initiale du système, soit  $r_m$  le rayon minimum à partir duquel on puisse écrire :

$$\Phi(r, t) = -(K_0 + K_1 v(r, t) + K_2 v^2(r, t) + \dots) \frac{\partial v}{\partial r}, \quad (11)$$

où  $v(r, t)$  est la température réduite. Pour un rayon  $r_1 > r_0 > r_m$ , nous pouvons écrire :

$$\begin{aligned} \int_{r_0}^{r_1} \Phi(r, t) dr &= -K_0(v(r_1, t) - v(r_0, t)) \\ &\quad - \frac{K_1}{2}(v^2(r_1, t) - v^2(r_0, t)) \\ &\quad - \frac{K_2}{3}(v^3(r_1, t) - v^3(r_0, t)) + \dots \end{aligned} \quad (12)$$

Et finalement :

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} K_0 \int_0^t (v_1 - v_0) dt' + \frac{K_1}{2} \int_0^t (v_1^2 - v_0^2) dt' + \dots \\ = \frac{P\tau}{2\pi} \log \frac{r_0}{r_1}. \end{aligned} \quad (13)$$

De même, pour  $r_2 \neq r_1$ , on aura :

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} K_0 \int_0^t (v_2 - v_0) dt' + \frac{K_1}{2} \int_0^t (v_2^2 - v_0^2) dt' + \dots \\ = \frac{P\tau}{2\pi} \log \frac{r_0}{r_2}, \end{aligned} \quad (14)$$

et ainsi de suite. Si nous nous limitons à l'ordre 1 dans le développement de la conductivité,  $K_0$  et  $K_1$  seront déterminés par le système linéaire :

$$\begin{aligned} \alpha^1(1, 0)K_0 + \alpha^2(1, 0)\frac{K_1}{2} &= \frac{P\tau}{2\pi} \log \frac{r_0}{r_1}, \\ \alpha^1(2, 0)K_0 + \alpha^2(2, 0)\frac{K_1}{2} &= \frac{P\tau}{2\pi} \log \frac{r_0}{r_2}. \end{aligned} \quad (15)$$

Où nous avons posé :

$$\begin{aligned} \alpha^1(1, 0) &= \lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t (v_1 - v_0) dt', \\ \alpha^2(1, 0) &= \lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t (v_1^2 - v_0^2) dt', \\ \alpha^1(2, 0) &= \lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t (v_2 - v_0) dt', \\ \alpha^2(2, 0) &= \lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t (v_2^2 - v_0^2) dt'. \end{aligned} \quad (16)$$

Ces quantités seront calculées numériquement à partir des enregistrements de température faits en différents points. Les valeurs de  $K_0$  et  $K_1$  seront déduites des formules :

$$K_0 = \frac{P\tau}{2\pi D} (\alpha^2(2, 0) \log \frac{r_0}{r_1} - \alpha^2(1, 0) \log \frac{r_0}{r_2}), \quad (17)$$

$$K_1 = \frac{P\tau}{\pi D} (\alpha^1(1, 0) \log \frac{r_0}{r_2} - \alpha^1(2, 0) \log \frac{r_0}{r_1}), \quad (18)$$

avec :

$$D = \alpha^1(1, 0) \cdot \alpha^2(2, 0) - \alpha^2(1, 0) \cdot \alpha^1(2, 0). \quad (19)$$

Ces calculs peuvent s'étendre aux termes d'ordre supérieur. On vérifie qu'en principe  $n$  points de mesure suffiraient à déterminer  $n(n-1)/2$  coefficients.

Si l'on néglige la non linéarité éventuelle du matériau, le coefficient  $K_0$  pourra être calculé plus simplement par la formule :

$$K'_0 = \frac{P\tau}{2\pi \alpha^{(1)}(i, j)} \log \frac{r_j}{r_i}. \quad (20)$$

#### 4. PROCEDURE ET MONTAGE EXPERIMENTAL

4.1. La procédure expérimentale découle de la théorie précédente

L'élément chauffant est positionné dans l'axe d'une caisse de longeur 1,50 m et de section carrée de 25 cm de côté contenant le sable. Une série de thermocouples, situés au voisinage du plan médian du système, permet l'enregistrement en fonction du temps des températures en des points régulièrement espacés (5 mm et 1 cm) grâce à un enregistreur 12 voies.

La température de référence est la température ambiante du laboratoire qui est aussi la température initiale. Ses variations pendant la durée de chaque enregistrement sont pratiquement négligeables.

L'influence de la longueur finie du système est

négligeable : elle est pratiquement nulle quand les sondes de températures sont positionnées dans le plan médian ; il en est de même si les extrémités du système sont bien isolées.

Enfin l'erreur provenant de la section carrée ne se manifeste faiblement qu'au bout d'un temps très grand (2 à 3 heures) et au voisinage des parois internes de la caisse.

Les quantités  $x^1(i,j)$  et  $x^2(i,j)$  sont calculées à partir des thermogrammes. Ceux-ci sont approximés numériquement, dans des intervalles de temps choisis, par des polynômes du second degré. L'intégration est ensuite effectuée numériquement à partir des formes analytiques ainsi définies.

#### 4.2. Estimation des erreurs

L'erreur sur les coefficients  $\alpha(i,j)$  provient de deux sources :

(a) L'erreur de calcul des intégrales due à l'erreur de relevé des thermogrammes. Nous estimons la borne supérieure de l'erreur relative à 5%, de la façon suivante :

Si  $dv$  est l'erreur absolue maximale sur la température (ou son carré), l'erreur absolue sur l'intégrale est obtenue en multipliant cette valeur par la durée maximale d'un enregistrement (jusqu'à 5 heures) et l'erreur relative en divisant par la valeur minimale des intégrales calculées.

La valeur de 5% est en fait très surestimée pour les sondes les plus distantes, pour lesquelles elle est inférieure à 1%.

(b) Une erreur d'interpolation qui provient du fait qu'il est impossible de prolonger indéfiniment l'enregistrement des températures. Cette erreur est négligeable dès lors que la durée des enregistrements est suffisamment longue. En outre, cette erreur est toujours une erreur par défaut.

La durée minimale d'une expérience est directement reliée à l'erreur que l'on admet, en supposant que pour un temps  $t_1$  très grand, les courbes de température sont confondues. On peut, de l'expression de la température dans un milieu infini, avec un élément chauffant de forme cylindrique, à la surface duquel le flux imposé est constant [8], déduire l'expression pour un flux de durée  $\tau$ . En admettant que  $t_1 \gg \tau$  nous arrivons à

l'expression :

$$\int_{t_1}^{\infty} (v_i - v_j) dt \neq [v_i(t_1) - v_j(t_1)](t_1 - \tau). \quad (21)$$

Soit que la surface négligée entre deux courbes de température est proportionnelle à la différence de température  $v_i(t_1) - v_j(t_1)$  et aussi proportionnelle au temps. Pour les deux sondes extrêmes en  $r_0$  et  $r_4$ , avec un écart maximal entre les températures de 1° et pour  $t_1 = 5$  heures, l'erreur est inférieure à 3,5%.

L'erreur la plus importante provient en fait de l'erreur de positionnement des sondes qui est facile à estimer théoriquement.

L'erreur relative  $\Delta$  s'écrit :

Pour  $K'_0(i,j)$  :

$$\Delta = \frac{dr}{\log(r_i/r_j)} \left( \frac{1}{r_i} + \frac{1}{r_j} \right). \quad (22)$$

Pour  $K_0(ijk)$  :

$$\Delta = dr \left[ \frac{|\alpha^2(ik) - \alpha^2(i,j)|}{r_i} + \frac{|\alpha^2(i,k)|}{r_j} + \frac{|\alpha^2(jk)|}{r_k} \right]. \quad (23)$$

Nous constatons que  $K_0$  et  $K_1$  sont très sensibles au positionnement relatif des sondes les unes par rapport aux autres, qui nécessite une précision d'au moins 0,1 mm.

## 5. RESULTATS EXPERIMENTAUX

### 5.1. Sable sec

Quatre expériences ont été réalisées avec quatre durées de chauffe différentes à plusieurs jours d'intervalle.

Les thermogrammes sont enregistrés pour cinq valeurs des rayons :  $r_0 = 20$  mm ;  $r_1 = 25$  mm ;  $r_2 = 30$  mm ;  $r_3 = 45$  mm ;  $r_4 = 55$  mm.

5.1.1. Résultats pour le coefficient  $K_0(i,j,k)$ . Ces résultats sont regroupés dans le Tableau 1 pour les quatre durées de chauffe indiquées.

On constate immédiatement que le triplet de sondes 0, 2, 4 donne la valeur moyenne optimale, pour les quatre durées de chauffe, de 0,355 pour la conductivité  $K_0$ , avec un écart maximal de 2% sur les quatre valeurs.

A ce triplet de sondes correspond l'erreur relative

Tableau 1. Mesure de la conductivité  $K_0$

Durée de chauffe $K_0(i,j,k) \times 10^{-3}$	3'	2'45"	2'30"	2'15"
012	$208 \pm 85$	$245 \pm 90$	$230 \pm 87$	$251 \pm 72$
013	$300 \pm 24$	$326 \pm 25$	$320 \pm 26$	$320 \pm 22$
014	$318 \pm 18$	$332 \pm 18$	$332 \pm 19$	$332 \pm 16$
023	$336 \pm 16$	$359 \pm 18$	$358 \pm 18$	$352 \pm 16$
024	$348 \pm 11$	$354 \pm 11$	$360 \pm 12$	$357 \pm 10$
034	$372 \pm 15$	$345 \pm 14$	$363 \pm 15$	$364 \pm 14$
123	$369 \pm 31$	$387 \pm 33$	$394 \pm 36$	$386 \pm 35$
124	$374 \pm 21$	$373 \pm 21$	$386 \pm 23$	$382 \pm 22$
134	$386 \pm 19$	$349 \pm 18$	$371 \pm 19$	$375 \pm 18$
234	$391 \pm 27$	$339 \pm 24$	$365 \pm 27$	$372 \pm 25$

Tableau 2. Mesure du coefficient non linéaire  $K_1$ 

Durée de chauffe $-K_1(i,j,k) \times 10^{-3}$	3'	2'45"	2'30"	2'15"
012	$-1,81 \pm 3,1$	$-1,1 \pm 3,5$	$-3,0 \pm 4,2$	$-5,3 \pm 4,0$
013	$+1,15 \pm 1,12$	$+1,84 \pm 1,34$	$+0,78 \pm 1,55$	$+3,9 \pm 1,6$
014	$1,76 \pm 0,9$	$2,0 \pm 1,0$	$1,26 \pm 1,26$	$4,5 \pm 1,3$
023	$2,8 \pm 0,8$	$3,5 \pm 1,0$	$2,9 \pm 1,0$	$6,0 \pm 1,2$
024	$3,2 \pm 0,6$	$3,3 \pm 0,7$	$3,0 \pm 0,8$	$6,25 \pm 0,9$
034	$4,4 \pm 0,8$	$2,8 \pm 0,9$	$3,2 \pm 1,0$	$6,8 \pm 1,0$
123	$4,8 \pm 1,7$	$5,5 \pm 2,0$	$5,8 \pm 2,5$	$9,2 \pm 2,9$
124	$5,0 \pm 1,3$	$4,8 \pm 1,5$	$5,4 \pm 1,8$	$8,9 \pm 2,0$
134	$5,7 \pm 1,2$	$3,2 \pm 1,3$	$4,2 \pm 1,5$	$8,1 \pm 1,7$
234	$6,2 \pm 2,0$	$2,1 \pm 2,0$	$3,7 \pm 2,6$	$7,8 \pm 2,7$

théorique minimale de positionnement des sondes, qui est pratiquement égale à 3%. Nous obtenons donc une très bonne précision et une faible dispersion des résultats obtenus dans des conditions expérimentales différentes.

#### 5.1.2. Résultats pour le coefficient $K_1(i,j,k)$ .

Le Tableau 2 regroupe ces résultats.

Si l'on exclut la durée de chauffe la plus faible : 2'15", pour laquelle les résultats obtenus sont pratiquement doubles des autres, le triplet de sondes 0, 2, 4 donne encore la valeur optimale. La valeur moyenne du coefficient  $K_1$  pour ce triplet est donc de  $-3,16 \times 10^{-3}$  avec une précision relative optimale de 27%. La conductivité du matériau  $K(T)$  est donc une fonction décroissante de la température.

La dispersion des résultats pour les trois durées de chauffe concernées est très inférieure à 27%.

La détermination de  $K_1$  est donc théoriquement extrêmement sensible au positionnement des sondes, mais conduit cependant à une bonne estimation de son ordre de grandeur.

5.1.3. Résultats pour  $K'_0(i,j)$ : Tableau 3. On constate tout de suite la nette différence entre les valeurs de  $K'_0$  et celles de  $K_0$ . Les valeurs de  $K'_0$  croissent assez régulièrement au fur et à mesure que les sondes utilisées dans le calcul s'éloignent de l'axe du système, pour atteindre une valeur moyenne de 0,327 assez proche de celle de  $K_0$ , pour le couple de sondes 3 et 4. Ceci s'explique aisément par le fait que ce coefficient ne tient pas compte des effets non linéaires qui sont d'autant plus faibles que la température maximale atteinte au

voisinage d'une sonde est faible.  $K'_0$  ne permet donc d'approcher la valeur réelle de la conductivité  $K_0$  que si cette condition est satisfaite.

En revanche, le calcul de  $K'_0$  est beaucoup moins sensible à l'erreur de positionnement des sondes qui, par exemple, est inférieure à 1% pour le couple de sondes (0,4).

5.1.4. Discussion des résultats. La méthode permet de mettre nettement en évidence le comportement faiblement non linéaire du système. Ceci est possible grâce à la puissance importante de l'élément chauffant et les durées de chauffe relativement élevées.

On peut constater dans les Tableaux 1 et 2 une croissance assez régulière des coefficients  $K_0$  et  $K_1$  en fonction des distances des sondes intervenant dans le calcul. Le fait peut s'interpréter par deux hypothèses :

Ou bien le facteur de 2ème ordre  $K_2$  a une influence non négligeable mais plus probablement nous pensons que cela provient d'une humidité résiduelle difficile à éviter et qui se concentre pendant la période de chauffage au voisinage des parois de la caisse qui sont imperméables.

On constate d'autre part que l'une des mesures, celle contenant les sondes 0, 1 et 2 s'écarte notablement des autres et donne des valeurs aberrantes pour  $K_1$ . L'erreur relative de positionnement des sondes étant maximale pour ce triplet, on peut penser que ceci provient d'un mauvais positionnement accidentel d'une de ces 3 sondes. Il est possible de déterminer laquelle théoriquement, en se servant de la totalité du système linéaire et en écrivant que la position de la

Tableau 3. Mesure du coefficient  $K'_0$ 

Durée de chauffe $K'_0(i,j) \times 10^{-3}$	3'	2'45"	2'30"	2'15"
01	$264 \pm 10$	$277 \pm 11$	$301 \pm 12$	$241 \pm 9$
02	$258 \pm 5,3$	$274 \pm 5,5$	$294 \pm 5,8$	$242 \pm 5$
03	$274 \pm 2,4$	$290 \pm 2,6$	$307 \pm 2,7$	$262 \pm 2,3$
04	$283 \pm 1,9$	$296 \pm 2$	$312 \pm 2,2$	$272 \pm 2$
12	$252 \pm 10$	$270 \pm 10$	$285 \pm 11,4$	$243 \pm 9,7$
13	$278 \pm 3$	$296 \pm 3$	$309 \pm 3$	$273 \pm 2,8$
14	$289 \pm 2$	$302 \pm 2$	$316 \pm 2,2$	$282 \pm 2$
23	$291 \pm 4$	$310 \pm 4$	$321 \pm 4,4$	$287 \pm 4$
24	$302 \pm 2,6$	$313 \pm 2,6$	$326 \pm 2,8$	$296 \pm 2,5$
34	$325 \pm 6,5$	$321 \pm 6,4$	$337 \pm 6,8$	$316 \pm 6,3$

sonde 1 par exemple est une inconnue. On peut alors montrer que la sonde 1 devait être théoriquement déplacée de 13/100 mm. Les valeurs de  $K_0$  obtenues, avec cette valeur corrigée du rayon, ne s'écartent plus alors que de 10% sur l'ensemble de toutes les mesures, autour de la valeur moyenne de 0,355. La valeur aberrante de  $K_1$  pour le triplet de sondes 0, 1 et 2 disparaît et s'harmonise avec les autres. On obtient une valeur moyenne de  $3,5 \times 10^{-3}$  avec un écart maximal de 75%. Pour la durée de chauffe la plus faible,  $K_1$  conserve toutefois sa valeur plus élevée. Nous pensons là encore que ce phénomène est lié à une humidité résiduelle.

Finalement, nous constatons que, malgré la dispersion des résultats donnés par les différents triplets et sur les différentes durées de chauffe, ces résultats sont concordants compte tenu des erreurs théoriques calculées sur le positionnement des sondes.

### 5.2. Sable humide

Deux essais ont été effectués sur un sable humide (taux d'humidité  $\theta = 6\%$ ) avec deux durées de chauffe différentes : la plus élevée (3'15") conduisait à une température maximale de plus de 100°C au voisinage de l'élément chauffant, la moins élevée (2'15") conduisant à une température maximale de 98°C sur cet élément. Les distances des sondes par rapport à l'axe sont :

$$R_0 = 10 \text{ mm}; \quad R_1 = 15 \text{ mm};$$

$$R_2 = 16,5 \text{ mm}; \quad R_3 = 25 \text{ mm}.$$

La précision optimale de 5% pour  $K_0$  et 16% pour  $K_1$ , est obtenue pour les deux triplets de sonde 013 et 023 et les valeurs de  $K_0$  et  $K_1$  sont respectivement de 1,94 et  $-14 \times 10^{-3}$  pour la durée de chauffe de 3'15" et 2,57 et  $-61 \times 10^{-3}$  pour la durée de chauffe de 2'15".

L'influence du temps de chauffage est donc parfaitement claire et les mesures révèlent nettement l'influence de l'humidité et des phénomènes de transport.

Il existe également une croissance de ces mêmes coefficients en fonction des distances des sondes à l'axe, cette croissance étant beaucoup plus rapide dans le cas de la plus grande durée de chauffe. Ces phénomènes sont évidemment liés à la migration d'humidité d'autant plus importante que l'énergie totale débitée est élevée.

Nous avons admis l'existence d'un rayon minimal au-dessus duquel les transferts de masse sont faibles. Au vu des résultats obtenus avec ces deux temps de chauffe, on peut dire que dans la première expérience il y a transfert de masse et que la condition  $r_0 > r_m$  n'est pas respectée, tandis que dans la deuxième expérience (2'15"), étant donné la concordance des résultats

Tableau 4. Mesure de la conductivité

$K_0(i, j, k)$	Temps de chauffe	
	3'15"	2'15"
012	$1,57 \pm 52 \times 10^{-2}$	$2,54 \pm 78 \times 10^{-2}$
013	$1,89 \pm 10$	$2,57 \pm 17$
023	$1,97 \pm 11$	$2,58 \pm 18$
123	$2,23 \pm 162$	$3,01 \pm 213$

donnés par les différents triplets ( $K_0 \approx 2,57$ ), nous pouvons admettre que  $r_0 > r_m$ .

### 6. CONCLUSION

Nous avons voulu dans ce travail exposer une méthode originale de mesure de la conductivité thermique, appliquée essentiellement à un sable sec. La précision de cette méthode et son indépendance de facteurs expérimentaux ou théoriques souvent gênants, permet d'espérer une étude plus fine des conductivités. Dans un premier temps, avec un appareillage expérimental simple et un temps assez long, nous avons démontré la validité de cette méthode. Dans un deuxième temps, nous améliorerons la précision des mesures et des calculs notamment en utilisant un système d'acquisition de données et des sondes de température plus précises. Nous étudierons également d'autres types de symétrie, notamment la symétrie sphérique à laquelle les raisonnements exposés ici s'appliquent facilement et qui permettrait d'améliorer systématiquement la précision de plus d'un ordre de grandeur.

### REFERENCES

1. J. H. Blackwell, A transient-flow method for determination of thermal constant of insulating materials in bulks. Part 1, *J. Appl. Phys.* **25**, 137-144 (1954).
2. H. S. Carslaw and J. C. Jaeger, *Conduction of Heat in Solids* (2nd edn.). Oxford University Press, London (1959).
3. J. C. Jaeger, Conduction of heat in an infinite region bounded internally by a circular cylinder of a perfect conductor, *Austr. J. Phys.* **9**, 167-179 (1956).
4. A. F. Moench and D. D. Evans, Thermal conductivity and diffusivity of soil using a cylindrical heat source, *Soil Sci. Soc. Am. Proc.* **34**, 377-381 (1970).
5. S. A. Boggs, F. Y. Chu, H. S. Radhakrishna and J. S. Teinma Nis, Measurement of soil thermal properties techniques and instrumentation, *IEEE Trans. P.A.S.* **PAS-99**(2), 747-752 (1980).
6. D. A. Devries, *Thermal Properties of Soils*, pp. 210-235. North-Holland, Amsterdam (1966).
7. J. Y. Baladi, D. L. Ayers and R. J. Shoenhals, Transient heat and mass transfer in soils, *Int. J. Heat Mass Transfer* **24**, 449-458 (1981).
8. H. S. Carslaw and J. C. Jaeger, *Conduction of Heat in Solids* (2nd edn.), p. 341. Oxford University Press, London (1959).

### NEW METHOD OF THERMAL CONDUCTIVITY MEASUREMENT

**Abstract**—This paper presents a non-local method for measuring thermal conductivities, canceling rigorously the thermal contact resistance problem and reducing the effect of the transfer phenomena in the case of porous media. This method is not sensitive to the structure of the heating-source. This method is uniquely based on the energy conservation law and the symmetry of the studied system and does not require analytical solutions describing the temperature variations. Experimental measurements are presented to verify the method.

## EIN NEUES MESSVERFAHREN DER WÄRMELEITFÄHIGKEIT

**Zusammenfassung**—In dieser Arbeit wird ein nicht lokales Verfahren zur Messung der Wärmeleitfähigkeit beschrieben, das rigoros das Problem des Kontaktwiderstands eliminiert und die Auswirkung der Transportvorgänge für den Fall eines porösen Mediums herabsetzt. Dieses Verfahren ist unempfindlich gegenüber der Struktur der Wärmequelle. Es basiert vollständig auf dem Energieerhaltungssatz und auf der Symmetrie des betrachteten Systems und erfordert keine analytischen Lösungen, die die Temperaturänderungen beschreiben. Experimentelle Ergebnisse werden zur Verifizierung des Verfahrens angegeben.

## НОВЫЙ МЕТОД ИЗМЕРЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

**Аннотация**—Предложен нелокальный метод измерения коэффициентов теплопроводности, существенно облегчающий определение контактного теплового сопротивления и уменьшающий влияние переноса в случае пористых сред. Метод не зависит от структуры источника тепла. В его основу положены закон сохранения энергии и симметрия исследуемой системы. Аналитических решений для описания распределений температур не требуется. Приведены результаты экспериментальной проверки метода.